Problem 3)

$$\langle \vec{S}(\vec{r},t)\rangle = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left\{\vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} \times \vec{H}_0^{*} e^{-i(\vec{k}^{*}\cdot\vec{r}-\omega t)}\right\} = \tfrac{1}{2} e^{-2\vec{k}''\cdot\vec{r}}\,\mathrm{Re}(\vec{E}_0\times\vec{H}_0^{*})$$

$$= \tfrac{1}{2} e^{-2\vec{k}''\cdot\vec{r}}\,\mathrm{Re}\left\{\frac{\vec{k}\times\vec{H}_0}{-\omega\epsilon_0\epsilon(\omega)}\times\vec{H}_0^{*}\right\} = \frac{e^{-2\vec{k}''\cdot\vec{r}}}{2\omega\epsilon_0}\,\mathrm{Re}\left\{\frac{\vec{H}_0^{*}\times(\vec{k}\times\vec{H}_0)}{\epsilon(\omega)}\right\} =$$

$$\frac{e^{-2\vec{k}''\cdot\vec{r}}}{2\omega\epsilon_0}\,\mathrm{Re}\left\{\frac{(\vec{H}_0^{*}\cdot\vec{H}_0)\vec{k}-(\vec{H}_0^{*}\cdot\vec{k})\vec{H}_0}{\epsilon(\omega)}\right\} = \frac{e^{-2\vec{k}''\cdot\vec{r}}}{2\omega\epsilon_0}\,\mathrm{Re}\left\{\frac{(\vec{H}_0'^{2}+\vec{H}_0''^{2})\vec{k}-\vec{k}\times(\vec{H}_0\times\vec{H}_0^{*}) - (\vec{k}\cdot\vec{H}_0)\vec{H}_0^{*}}{\epsilon(\omega)}\right\}$$

From Maxwell's 4th equation we have $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0 \Rightarrow i\vec{k}\cdot\vec{B} = i\mu_0\mu(\omega)\vec{k}\cdot\vec{H}=0$

$\Rightarrow \vec{k}\cdot\vec{H}_0 = 0$. Therefore,

$$\langle \vec{S}(\vec{r},t)\rangle = \frac{e^{-2\vec{k}''\cdot\vec{r}}}{2\omega\epsilon_0}\,\mathrm{Re}\left\{\frac{(\vec{H}_0'^{2}+\vec{H}_0''^{2})\vec{k}+2i\vec{k}\times(\vec{H}_0'\times\vec{H}_0'')}{\epsilon(\omega)}\right\}$$

$$= \frac{Z_0 e^{-2\vec{k}''\cdot\vec{r}}}{2(\omega/c)\,\epsilon(\omega)\,\epsilon^{*}(\omega)}\,\mathrm{Re}\left\{(\vec{H}_0'^{2}+\vec{H}_0''^{2})(\epsilon'-i\epsilon'')(\vec{k}'+i\vec{k}'')+2i(\vec{k}'+i\vec{k}'')(\epsilon'-i\epsilon'')\times(\vec{H}_0'\times\vec{H}_0'')\right\}$$

$$\Rightarrow \langle \vec{S}(\vec{r},t)\rangle = \frac{Z_0\exp(-2\vec{k}''\cdot\vec{r})}{2(\omega/c)(\epsilon'^{2}+\epsilon''^{2})}\left[(\vec{H}_0'^{2}+\vec{H}_0''^{2})(\epsilon'\vec{k}'+\epsilon''\vec{k}'')+2(\epsilon''\vec{k}'-\epsilon'\vec{k}'')\times(\vec{H}_0'\times\vec{H}_0'')\right]$$